Шифр: 9-04

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
по математике
2019/2020
Ленинградская область

Район Тосненский

Школа МБОУ „СОШ №1 г. Тосно СУИОП"

Класс 9

ФИО Черентаева Валерия Сергеевна

1	2	3	4	5	Σ
7	0	7	0	0	14

У-04

① На нечет. минутах Малыш может делать операции:

(а) нечет → нечет, чет   б) чет → чет, чет   в) чет → нечет, нечет

На четной минуте:

г) чет, нечет → нечет   д) чет, чет → чет   е) нечет, нечет → чет

Пусть Ч - кол-во четных, а Н - количество нечетных.

Изначально Ч-Н = 0

Также можно заметить, что всего конфет $\frac{10 \cdot 11}{2} = 55$.

~~а~~ Если Малыш начнет проводить операции с нечетной минуты.

Тогда после нечетных минут у Малыша будет 11 куч, а после четных 10 куч.

~~55 куч на~~ 55 конфет не разложить на 10 куч. Значит, куч будет 11 по 5 конфет в каждой. Тогда Ч-Н = -11

За ход а): Ч+1   г) Ч-1, т.е. за любой 1 ход разность Ч-Н меняет свою четность.

б) Ч+1   д) Ч-1

в) $\begin{cases} Ч-1 \\ Н+2 \end{cases}$ е) $\begin{cases} Ч+1 \\ Н-2 \end{cases}$

В связи с этим, чтобы поменять четность разности нужно нечет. кол-во ходов. Ходов нечетное количество, первый ход на нечетной минуте, значит, последний ход тоже на нечетной минуте, а это деление кучи на две. Т.к. в итоге получится две 5, ход выглядит:

$$\begin{array}{ccc} & 10 & \\ \swarrow & & \searrow \\ 5 & & 5 \end{array}$$

Это значит, что до выполнения этого хода разность $Ч - Н = -8$.

Всего осталось четное кол-во ходов, распределим на пары, где один ход из четной минуты, а ~~на~~ второй с нечетной.

Пары типа а) и д), а) и г), б) и д), б) и г), в) и е) можно не учитывать, потому что после выполнения одной пары действий ~~ко~~ количество четных и нечетных ~~цифр~~ чисел не уменьшилось. Остаются пары а) и е), б) и е), в) и г), в) и д). Пары а) и е), б) и е) также можно не рассматривать, т.к. нам нужно уменьшить кол-во чет. чисел, а они увеличивают. Значит будет еще пара в) и г) или в) и д), которые ~~увел~~ уменьшают кол-во четных и эти пары можно будет перегруппировать так, что действия из пар будут обнулять друг друга.

Остаются пары (в) и г)) и (в) и д)), которые одинаково меняют ~~кол-во~~ четных и нечетных цифр. За одну такую пару ходов разность $Ч - Н$ уменьшится на 4.

Пусть мы разобьем все ходы на x пар, тогда:

$0 - 4x = -8$

$x = 2$ $\quad 2 \in N$ Значит, через несколько ходов у Малыша будет одинаковое кол-во конфет в кучах.

Пример.
1) Деление 10 на 5 и 5
2) Объединение 1 и 9 в 10
3) Деление 10 на 5 и 5
4) Объединение 2 и 8 в 10
5) Деление 10 на 5 и 5
6) Объединение 3 и 7 в 10
7) Деление 10 на 5 и 5
8) Объединение 4 и 6 в 10
9) Деление 10 на 5 и 5

Ответ: может оказаться 5 кучек по 11. $\boxed{2}$

~~II) Если~~ (3) Раскрасим доску 8×8 в белый и черный цвета так, что все соседние по стороне клетки разного цвета. Заметим, что доминошка всегда покрывает 1 белую и 1 черную. Значит, если все клетки одного цвета (для определенности черного) будут закрашены крестиками или покрыты доминошками, а клетки другого цвета **только** покрыты доминошками, Дима не сможет ходить. 9-04

Значит, Коля должен красить крестиками клетки только одного цвета.

Пусть серия ходов — один ход Димы и один ход Коли.

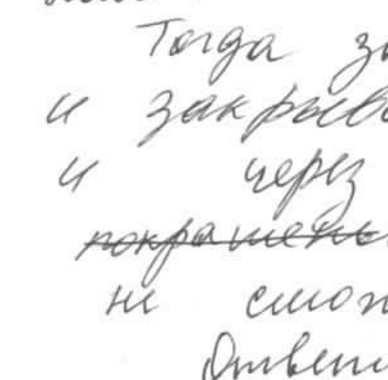
Тогда за каждую серию будет краситься и закрываться две клетки одного цвета и через $\frac{64}{2\cdot 2} = 16$ ходов будут заняты ~~покрашены~~ все эти клетки и Дима не сможет сделать ход.

Ответ: У Коли выигрышная стратегия.

(5) Рассмотрим 2 случая:

а) Середины сторон BC и AD образуют диаметр. Тогда отрезок соединяющий середины не превосходит диаметр (равен ему)

б) ~~Одна~~ Отрезок не совпал с диаметром.



Проведем диаметр XY через точки касания с BC и AD

(2) Пусть $x_1 < x_2 < \ldots < x_n$

$d_i = x_i - x_{i-1}$ $\quad d_i \geq 10$

Чем больше количество чисел в промежутке, тем меньше разность между ними. Значит, d_i должно быть минимальным в любом случае. По условию $d_i \geq 10$. Значит $d_1 = \ldots = d_n = 10$. Также можно сказать, что $x_1 < 0$, а $x_n > 0$

(4) p - простое

$y_{max} = \frac{p-1}{2}$ $\quad$ y в любом случае > 2

1 не стоит брать, потому что если $py+1$ - составное,

то. условие точно не выполнится

$py+1 > y^2$

y стоит брать составное, чтобы

~~$py+1$~~ $py+1$ делилось на меньшее число делителей (если $y \equiv 0 \pmod m$), то

$py+1 \equiv 1 \pmod m$)

Если $yp+1$ - ~~к~~простое, то оно представляется только как $1 \cdot (yp+1)$. где $1 \le y$. и условие выполняется.

Шифр: 2-9-18

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
по математике
2019/2020
Ленинградская область

Район Тосненский

Школа МБОУ „СОШ № 1 г. Тосно СУИОП"

Класс 9

ФИО Черентаева Валерия Сергеевна

6	7	8	9	10	Σ
7	7	0	0	0	14

2-9-18

(7) Из-за того, что все числа, названные хамелеонами различны можно сделать вывод что между зелеными хамелеонами стоял хотя бы 1 коричневый, а после превращался в зеленого и уменьшал их число.

Мы ищем максимум зеленых, а это равносильно поиску минимума коричневых, это значит, что между двумя зелеными будет 1 коричневый. Последовательность говорения может быть двух типов:

1) Коричневый
Зеленый
⋮
Зеленый
Коричневый
} 2019. Тогда коричневых - 1010
Зеленых 1009

2) Зеленый
коричневый
⋮
коричневый
Зеленый
} 2019 Коричневых 1009
Зеленых 1010

Почему кол-во зеленых не больше 1010?

Пусть будет 1011. Но тогда коричневых 1008, а между каждыми говорениями подряд зелеными должен быть хотя бы 1 коричневый.

Но в этом случае коричневых меньше, чем промежутков между зелеными и хотя бы 2 зеленых должны сказать одинаковые числа. Противоречие!

Значит, кол-во зеленых не больше 1010

Пример на 1010:

Зел. - 1010
Корич. - 1. → Зеленый
Зел. - 1011
Корич. - 2 → зеленый
⋮
Корич. 1009
Зеленый 2019.

Ответ: 1010

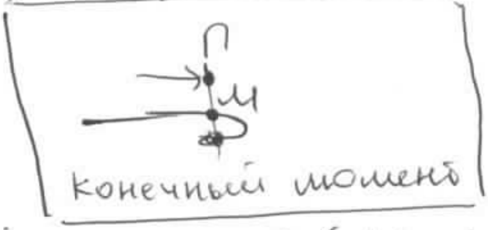
1

2-9-18

(6) Пусть скорость Пети – $x\ \frac{км}{ч}$, скорость Миши тогда $1{,}02\ \frac{км}{ч}$, а весь круг обозначим как 1.

Момент, когда Миша сравнялся с Петей второй раз, а затем сразу развернулся и сравнялся третий раз, назовем конечным.

До этого конечного момента Миша должен был пробежать полкруга.



Он пробежит это за $\frac{0{,}5}{1{,}02x}$ ч.

За это время Петя пробежит на $\frac{0{,}5\cdot(1{,}02x - x)}{1{,}02x} = \frac{0{,}5\cdot 0{,}02x}{1{,}02x} = \frac{1}{51}$ круга меньше, т.е. $0{,}5 - \frac{1}{51}$ круга.

Тогда, если Миша развернется, то он точно пересечется с Петей на своем пути. Это и было их первое пересечение.

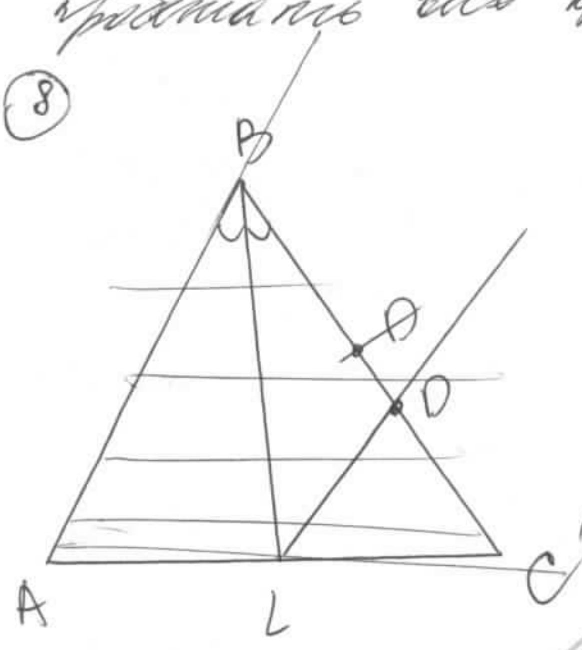
Т.е. произошло одно поравнение в описаный момент и еще 2 в конечный момент.

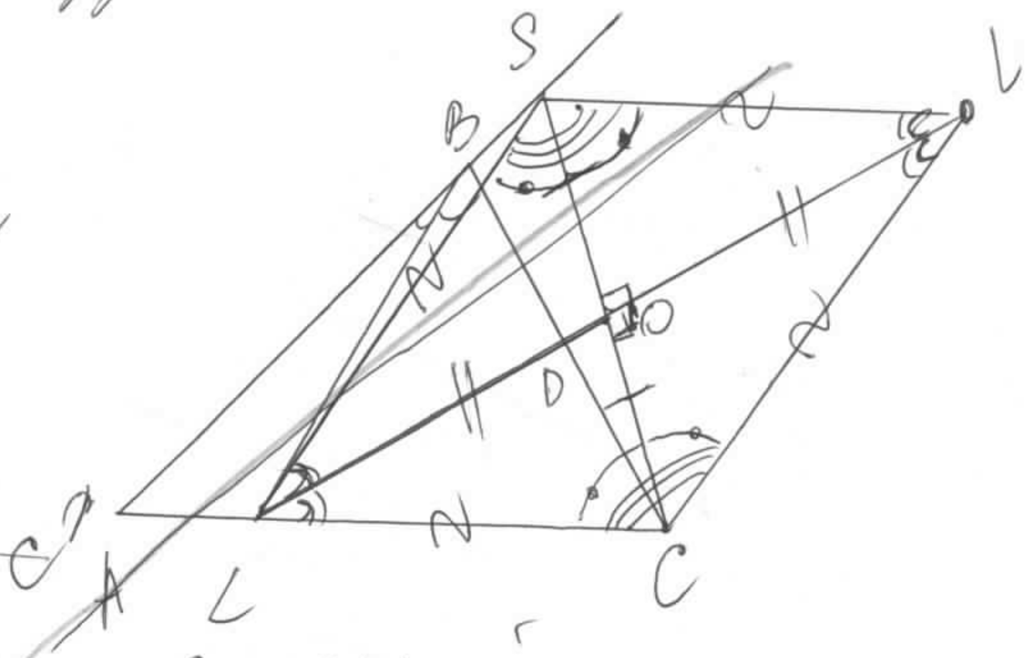
Значит, всего произошло 3 поравнения.

Следовательно, это возможно. ч.т.д.

Также, т.к. рассматривается расстояние в полкруга, Петя не успеет пробежать весь круг

(8)



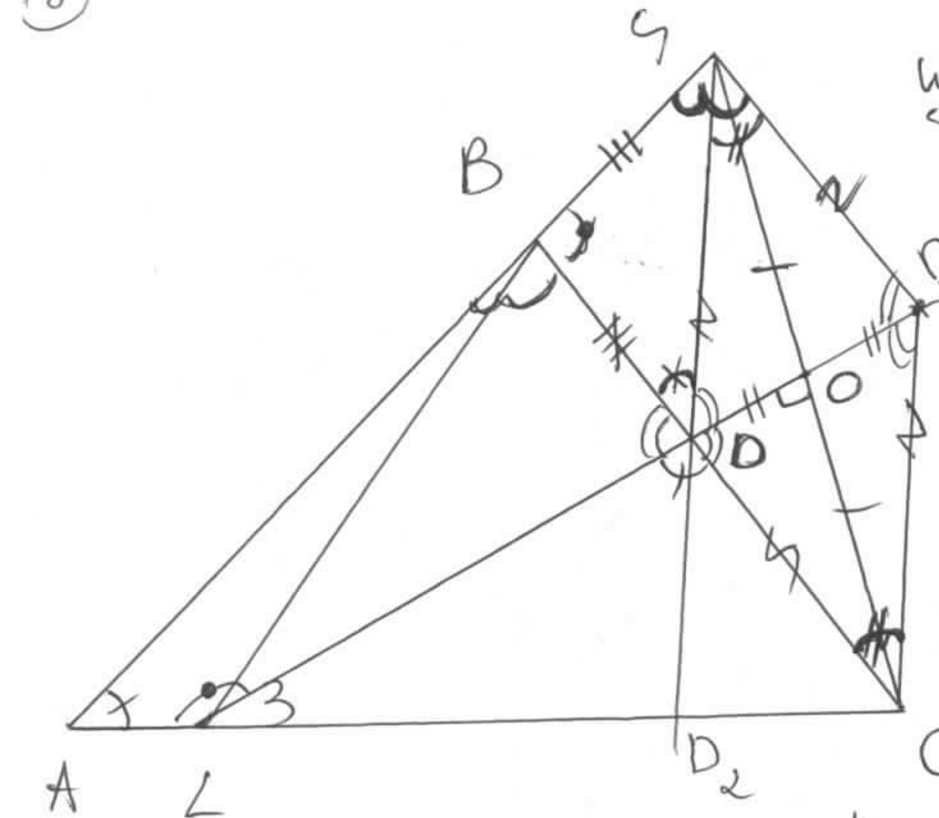


ABDL – вписанный

Пусть $\angle ABD = x$, а $\angle ALD = y$ Тогда $\angle DLC = 180$

2

8



ABDL - вписанный
из условия.
$\angle ABD = 2)$
D_3 $\angle ALD = \,)$
$\angle BAL =)$
$\angle BDL =))$
Тогда
$\angle DLC = 180 -) = 2)$
$\angle LDC = 180 -)) =)$
Рассмотрим
$\triangle CDS$:
в нем медиана совпадает с высотой.

Значит, $\triangle CDS$ - равнобедренный
Удвоим медиану OD и тогда $CDSD_1$ - ромб
$\angle ODC = \angle BDL =))$ и $\angle SD_1D = \angle D_1DC =))$
следовательно, $\angle LDB = \angle DB_1S \Rightarrow DB \parallel SD_1$
$\angle D_1SB = \angle DBA$.
Значит $DBSD_1$ - вписанный и ALD_1S тоже
Из того, что $SD_1 \parallel BD$ следует, что BSD_1C - трапеция
($\angle DB_1C = \angle DD_1S$) Тогда $\angle DCD_1 = \cancel{180}\,30 - 2))$

Продлим стороны SD_1 и AC до пересечения в т.M.
Тогда $\triangle ABC \sim \triangle ASM$ (по 2м углам)

~~Но $\angle DSD_1 = \angle DCD_1 = 180 - 2))$~~
~~Рассмотрим $\angle BSD$~~
~~$\angle BSD = \angle BSD_1 - \angle DSD_1 = 2) - 180 + 2)) =$~~
~~$= 180 -)) - 180 + 2)) =))$~~
~~Следовательно SD - биссектриса $\angle BSD_1$~~
~~Значит, $SD \parallel BL$~~
~~$\angle BDS = 180 -) -) = 2) +) -) -) =)$~~

BL и SD_2 - биссектр в подобных
Значит, $\angle BL = \angle SD_2M$.
Значит, $\triangle ABC \sim \triangle P$

Значит BD=BC

$\boxed{3}$